

**Präsenzaufgaben zu *Mathematik für Biologen und Biotechnologen*
Blatt IX vom 30.05.19**

Aufgabe IX.1

- a) Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ der Gleichung

$$2 \sin(x) \cos(x) = \tan(x).$$

- b) Bestimmen Sie alle Lösungen $x \in \mathbb{R}$ der Gleichung

$$4 \cos^2(x) - 2 \sin(x) = 2.$$

Aufgabe IX.2

Die Konzentration eines Medikamentes im Blut eines Patienten wird in den ersten sechs Stunden durch die Funktion mit der Vorschrift $f(t) = 10t \exp(-\frac{t}{2})$ beschrieben. Nach diesen sechs Stunden nimmt die Konzentration des Medikamentes im Blut linear ab und erreicht zum Zeitpunkt $t = 10$ den Wert 0. Dabei wird t in Stunden seit der Einnahme und $f(t)$ in mg gemessen.

- (a) Geben Sie einen geeigneten Definitionsbereich für die Funktion f an und bestimmen Sie den linearen Zerfall der Konzentration zwischen der sechsten und der zehnten Stunde. Geben Sie auch hier einen geeigneten Definitionsbereich an.
- (b) Berechnen Sie den Zeitpunkt, in dem die maximale Konzentration des Medikamentes im Blut vorhanden ist und geben Sie die Konzentration an.

Aufgabe IX.3

Wir betrachten ein weiteres Mal das Beispiel der Fütterungsintervalle bei Meisen aus der Vorlesung. Dr. Alfred Biochef hat sein Leben der Beobachtung von Meisen gewidmet und ist mit der in der Vorlesung angegebenen Dichtefunktion nicht einverstanden. Diese sei mit seinen langjährigen Beobachtungen nicht vereinbar. Seine Dichtefunktion der Form

$$p : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty], \quad p(t) = \begin{cases} c \cdot t(2-t)^{10} & \text{für } t \in [0, 2], \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

ist seiner Meinung nach viel besser geeignet. Dummerweise kann Alfred die Konstante $c \in \mathbb{R}$ in seinen Notizen nicht mehr entziffern.

- (a) Bestimmen Sie $c \in \mathbb{R}$ derart, dass Alfreds Funktion tatsächlich eine Dichtefunktion ist.
- (b) Ermitteln Sie für diese Dichtefunktion den Erwartungswert der Fütterungsintervalllänge.

Aufgabe IX.4

Der Fahrtschreiber eines Sportwagens zeichnet bei einer Testfahrt die Geschwindigkeit v des Fahrzeugs auf. Sie kann durch die Funktion $v : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ mit der Vorschrift $v(t) = -\frac{24}{25}(t^2 - 20t)$ (t in sec; v in m/sec) beschrieben werden.

- (a) In welchen Intervallen fällt die Funktion v monoton, in welchen Intervallen wächst Sie?
- (b) Welche Strecke hat das Fahrzeug nach 5 Sekunden zurückgelegt?
- (c) Geben Sie die Funktionsvorschrift für den zurückgelegten Weg nach t Sekunden an.
- (d) Der insgesamt zurückgelegte Weg S wird berechnet durch das Integral

$$S = \int_0^{t_{\text{end}}} v(t) dt,$$

wobei $t_{\text{end}} \neq 0$ eine Nullstelle der Funktion v ist. Berechnen Sie S .