

## Übungsaufgaben zu *Mathematik für Biologen und Biotechnologen* Blatt VII vom 16.05.19

### Aufgabe VII.1 (4+1 Punkte)

- (a) Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extremstellen inklusive Funktionswerte der Funktion

$$f : [-2, 10] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = (x^2 - 1)e^{-\frac{x}{10}}.$$

- (b) Stimmen die globalen Extrema von  $f$  mit denen der Funktion

$$g : [-2, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, \quad g(x) = (x^2 - 1)e^{-\frac{x}{10}}$$

überein?

### Aufgabe VII.2 (2+1 Punkte)

Entscheiden Sie, ob in den folgenden Fällen die Regeln von l'Hospital anwendbar sind und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(x)}{e^x}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 - \frac{2}{x}}{e^x}$

### Aufgabe VII.3 (2+2 Punkte)

Ein Sportplatz hat die Form eines Rechtecks mit rechts und links angesetzten Halbkreisen. Der Gesamtumfang beträgt 400 m. Welche Werte haben Breite und Höhe des Rechtecks, wenn

- (a) die Fläche des Rechtecks maximal sein soll?  
(b) die Fläche des gesamten Sportplatzes maximal sein soll?

### Aufgabe VII.4 (1+3+1+3 Punkte)

Die Wachstumsgeschwindigkeit einer Schimmelpilzkultur, die zu Beginn der Beobachtung eine Fläche von 10 cm<sup>2</sup> bedeckt, wird für  $t > 0$  modellhaft beschrieben durch die Funktion  $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$f(t) = \frac{60e^{t-3}}{(e^{t-3} + 3)^2} \quad (t \text{ in Tagen, } f(t) \text{ in cm}^2 \text{ pro Tag}).$$

- (a) Skizzieren Sie den Graph von  $f$  für  $0 \leq t \leq 8$ .  
(b) Zeigen Sie, dass die Schimmelpilzkultur immer weiter wächst. Wann wächst Sie am schnellsten?

- (c) Zu welchen Zeitpunkten seit Beginn der Beobachtung wächst die Pilzkultur  $3,75 \text{ cm}^2$  pro Tag?
- (d) Zeigen Sie zunächst, dass die Funktion  $F : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,

$$F(t) = -\frac{60}{e^{t-3} + 3}$$

eine Stammfunktion von  $f$  ist. Beantworten Sie mithilfe dieser Information die beiden folgenden Fragen:

- (i) Welche Fläche bedeckt die Kultur nach 5 Tagen?
- (ii) Welche Fläche wird nach 100 Tagen bedeckt?